

Применение подобия треугольников к решению практических задач Формирование метапредметных компетенций учащихся по учебному предмету «Математика» через умение работать с задачей

В. Ю. Демиденко,
учитель математики высшей категории
СШ №11 г. Жлобина



Традиционное обучение математике в большинстве случаев сводится к тому, что ребенка учат решать типовые задачи, чтобы в нужном месте применить нужный алгоритм. Развитие мышления при этом происходит только у той части детей, которые обладают определенными способностями к математике. Остальные же учащиеся просто заучивают формулы и алгоритмы действий. Использование технологии метапредмета «Задача» в математике позволяет формировать способы постановки и решения задач, которые пригодятся и вне урока математики, и вне школы.

На первом этапе работы над инновационным проектом важно было выявить, каким образом метапредмет обеспечивает приобретение каждым школьником социального опыта, который может ему пригодиться в жизни. Затем выбрать методы, позволяющие формировать у учащихся способности к самообразованию, и в соответствии с ними выстраивать урок на последующих этапах. При этом отслеживалась эффективность каждого применяемого метода, проводилась коррекционная работа. Учитывался тот фактор, что в метапредмете «Задача» у учащихся формируются способности переноса способа решения с одного типа материала на другой, рефлексивная способность анализа собственного действия, способность изменять подход к пониманию и к способу решения задачи.

Среди всех школьных дисциплин курс математики имеет самую ярко выраженную метапредметную направленность и обладает значительным потенциалом в эффективном формировании метапредметных образовательных результатов. Особенно важно это, на мой взгляд, при работе с учащимися 7–9 классов. В 7 классе учащиеся впервые сталкиваются с абсолютно новыми для них предметами химии и физики, изучение которых напрямую связано с изучением математики. Показать эту связь, выстроить «мосты» между ними с помощью определенных компетенций – задача непростая, но крайне важная.

Результативность любого обучения, на мой взгляд, связана с мотивацией учения. А она в свою очередь напрямую зависит того, насколько значимо получаемое знание для учащегося. Поэтому при проектировании урока я отдаю предпочтение таким видам деятельности учащихся на уроке, которые моделировали бы жизненные ситуации. Учащимся предлагается конкретно практическая задача, которую обучаемый в сотрудничестве с учителем должен перевести в учебную. При этом используются метод гипотез и метод конструирования теорий.

Например, в 7 классе при изучении темы «Неравенство треугольника» подвожу учащихся к проблемной ситуации в ходе диалога.

✓ Где в повседневной жизни вам встречались треугольники? (*В архитектуре.*)

✓ Основу крыш составляют наклонные и горизонтальные балки, которые соединены между собой и образуют треугольник. Чтобы построить каркас крыши, имеющей форму треугольника, есть балки длиной 8 м, 6 м, 11 м, 16 м и 14 м. Для каркаса уже взяты две балки длиной 8 м и 6 м. Какой может быть длина третьей балки? Прораб утверждает, что длина третьей балки должна быть меньше 14 м. Прав ли он?

Учащиеся формулируют проблему: они не могут на практике проверить, какие балки подходят для этого.

Выдвигают гипотезу: не из всякого набора отрезков можно построить треугольник.

Формулируют задачу: вывести правило о том, какие должны быть длины сторон, чтобы треугольник существовал.

Выдвигают идеи по решению задачи: провести исследование, проверив разные наборы отрезков в качестве сторон треугольника.

В достижении метапредметных результатов особую роль играет выбор методов и их комбинация на различных этапах урока. Так, метод гипотез чаще комбинируется с методами наблюдений и сравнений и используется в ситуации предположения. Например, в 7 классе можно выдвинуть предположение о сумме внутренних углов треугольника, использовав для этого провокационный вопрос «В каком треугольнике сумма внутренних углов больше – в остроугольном или тупоугольном?» и проверить все на практике.

Учащиеся при этом сами формулируют цель обучения («для чего им необходимо разрешить возникшую проблему») и сами определяют пути достижения поставленных целей («какие знания мне необходимы для решения проблемы и как я могу их использовать»).

Проблемная ситуация может быть поставлена в начале урока и разрешается в течение его или даже на протяжении нескольких уроков. Так, например, при изучении темы «Признаки равенства треугольников» я предлагала учащимся разрешить спорную ситуацию о высоте школьного здания. Для решения этого вопроса учащиеся ставили задачу выбора наиболее точного способа измерения высоты недосягаемого объекта. При этом они работали в группах с кейсами, обсуждали предлагаемые варианты,

вступали в диспут, объясняли свой выбор. Решение этой задачи не ограничилось уроком. Во внеклассной деятельности учащиеся провели эксперимент, сравнив в реальной ситуации эффективность каждого подхода.

Таким образом, они не просто выдвигали и проверяли гипотезы, но и использовали метод вживания в ситуацию. Это, на мой взгляд, стимулировало активность предпринимаемых действий учащихся и помогало вывести ее за пределы предметных знаний в жизнь.

Методы фонетических и графических ассоциаций помогают не просто помочь учащимся запомнить формулы, но и привлекать их к созданию таких «мысленных памяток». Например, при изучении обыкновенных дробей в 5 классе было сформулировано правило запоминания расположения числителя и знаменателя в дроби: «**Ч**ислитель как **Ч**ердак находится вверху, а знаменатель – как **З**емля внизу»; при изучении тригонометрии в 9 классе учащиеся обратили внимание на то чередование букв:

$$\sin \alpha = \frac{\text{прОтиволежащий катет}}{\text{гипотенуза}}$$

$$\cos \alpha = \frac{\text{прИлежащий катет}}{\text{гипотенуза}}$$

Метод сравнений позволяет формировать умение группировать (классифицировать) объекты по самостоятельно установленному основанию (основаниям). Так, например, в 7 классе при изучении взаимного расположения графиков линейных функций предлагаю учащимся разбить предложенные функции на группы по какому-либо общему признаку:

$$y = -5x - 3, y = 3x - 1, y = -3x + 2, y = 3x + 5, y = -5x + 2, y = 3x, y = -5x, y = 4x - 1, y = \frac{1}{2}x + 1.$$

Учащиеся могут предложить несколько вариантов такого разбиения. Т.к. им уже известно о смысле углового коэффициента, то может быть предложено разбить на две группы в зависимости от его знака. Это ситуацию удобно использовать для актуализации знаний. В этом случае, учащимся предлагается разбить функции на три группы. После того как это задание выполнено, учащимся предлагается поработать в группах и при построении чертежей проверить, влияет ли угловой коэффициент на взаимное расположение графиков. Выполнив задание, учащиеся сами делают вывод по полученным результатам.

Среди метапредметных результатов выделяется также понимание сущности алгоритмических предписаний и умения действовать в соответствии с предложенным алгоритмом. Например, в 5 классе, чтобы сформировать четкий алгоритм нахождения периметра многоугольника,

предлагаю следующее задание: установите последовательность действий при нахождении НОК двух чисел:

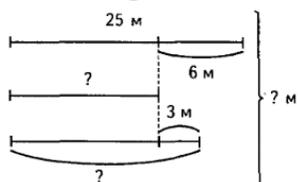
- ✓ добавить недостающие множители из второго числа;
- ✓ разложить на простые множители;
- ✓ найти произведение получившихся множителей;
- ✓ выписать множители первого числа.

Таким образом проверяется сформированность действия по упорядочиванию этапов алгоритма решения учебной задачи математического содержания, умение устанавливать соответствие между суждением и его местом в алгоритме.

В своей работе активно использую также различные математические диктанты. В процессе их выполнения учащиеся сопоставляют имеющиеся знания с высказанными суждениями. Таким образом формируется умение различать истинные и ложные суждения.

Учитель объясняет, что необходимо ответить «да» или «нет» в зависимости от того, согласен учащийся с утверждением или нет. Если ответ «да» записывается 1, если ответ «нет» – 0. Учитель читает утверждения, учащиеся записывают свои ответы. После выполнения, происходит обмен тетрадями и взаимопроверка. Вопросы еще раз проговариваются, обсуждаются правильные ответы с аргументацией. В результате выполнения диктанта получается числовой код.

Особое значение в реализации метапредмета «Задача» занимает умение учащихся умение работать учащихся со схемами условия задачи. Схемы и модели выступают своеобразными «опорами» для решения любой поставленной задачи не только на этапе изучения нового материала, но и на этапе закрепления и контроля знаний. Они позволяют компактно представить различную информацию и задействовать при этом мнемонику. Однако важно не только уметь чертить схемы по готовому условию, но и составлять свои собственные задачи. Именно поэтому на своих уроках я часто предлагаю учащимся творческие задания по восстановлению условия задачи.



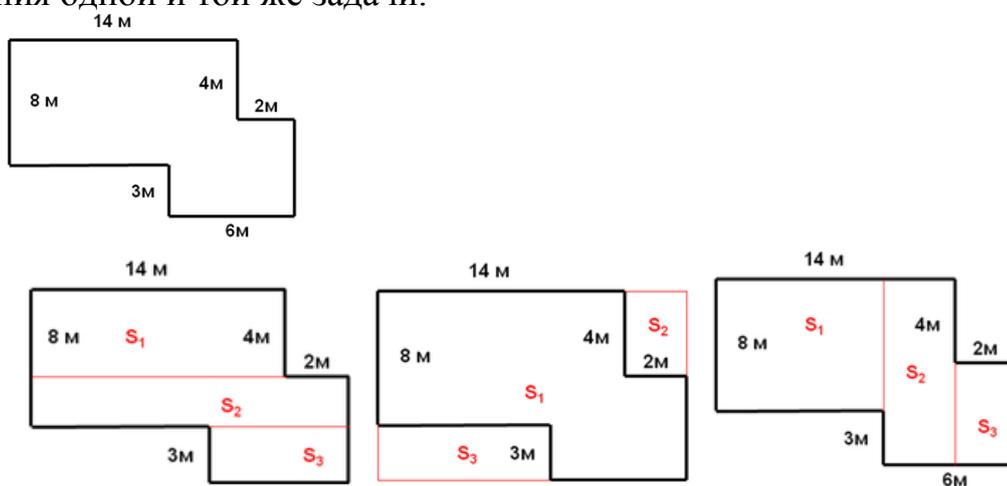
	V км/ч	t ч	S км
По течению	X+3	$\frac{25}{x+3}$	25
Против течения	X-3	$\frac{3}{x-3}$ } 2 ч	

в настойке		
йод	x	10 %
спирт	? г	? %
настойка	200 г	100 %

Для организации рефлексивной деятельности использую поиск решения одной задачи различными способами. Это позволяет глубже раскрыть взаимосвязь между величинами, входящими в задачу, а

следовательно, способствует организации осознания своей деятельности учащимися.

Например, при решении задач на нахождение площади сложной фигуры в 5 классе предлагаю учащимся отыскать несколько вариантов решения одной и той же задачи.



Аналогично провожу урок одной задачи в 9 классе. Группам предлагается решить данную задачу тем или иным способом (с помощью теоремы Пифагора, формулы Герона или теоремы косинусов): Земельный участок, имеющий форму трапеции, отдан под спортивный городок. Найдите площадь земельного участка, у которого основания равны 15см и 5см, а боковые стороны равны 8см и 6см.

Для поиска учащиеся объединяются в группы. Обсуждают возможные способы разбиения сложной фигуры на прямоугольники и достраивания до прямоугольника. Предлагают свои варианты. Сравнивают решения. Проверяют, влияет ли выбор способа решения на результат. Аргументируют выбор наиболее рационального способа решения.

Сравнение задач и их решений способствует более осознанному выбору действий. Учащиеся осознают, что одно и то же слово, влияющее на выбор действия, один и тот же вопрос не определяют выбор действия и для этого необходимо установить связи между величинами, входящими в задачу, и на их основе выбрать, а затем выполнить действие.

Усиление прикладной направленности является одним из направлений применения метапредметных умений в математике. Практико-ориентированные задачи позволяют развить метапредметные компетенции, показать связь математики с жизнью, что обуславливает усиление мотивации к изучению самого предмета. Таким образом, мотивация сохраняется на протяжении всего обучения, т.к. учащиеся осознают, что полученные знания не «одноразовые» (т.е. они готовы использовать их в новой ситуации). Именно поэтому, при изучении каждой темы учащиеся осуществляли поиск решения жизненных ситуаций с использованием математических знаний.

Работа над проектом на уроке может усилить метапредметную значимость получаемых навыков.

Немаловажно, что в ходе реализации метапредмета «Задача» приобретаются способности оценивать достигнутые результаты (в том числе, соизмерять полученный ответ с реальным) и умения анализировать причины своих неудач (понимание своих ошибок помогает не допускать их в дальнейшем). Учитель не решает возникшие проблемы вместо учащихся, а лишь создает условия для работы учащихся над их решением. Исправляя ошибки своих одноклассников, учащиеся учатся быть внимательнее, оценивая ответы товарища – адекватно определять уровень своей успешности. Отсутствие жесткого контроля учителя над деятельностью учащихся, формирует условия для создания атмосферы творчества.

Целенаправленная работа в метапредмете «Задача» позволяет формировать умения управлять собственной учебно-познавательной деятельностью, умения результативно мыслить и работать с информацией, умения общаться и взаимодействовать.

В качестве примера предлагаем вашему вниманию **урок математики в 8 классе «Применение подобия треугольников к решению практических задач».**

Тип урока: урок закрепления знаний и формирование умений и навыков

Прогнозируемый результат урока: предполагается, что к концу урока учащиеся будут знать признаки подобия треугольников, уметь применять полученные математические знания в жизни (определять высоту объектов) и объяснять рациональность выбранного способа.

Задачи личностного развития:

создать условия для формирования способности видеть математическую задачу в повседневной жизни;

содействовать развитию умения осуществлять контроль по образцу и вносить необходимые коррективы способности адекватно оценивать правильность или ошибочность выполнения учебной задачи, ее объективную трудность и собственные возможности ее решения;

способствовать воспитанию навыков конструктивного взаимодействия друг с другом.

Учебно-методическое обеспечение: мультимедийная доска или интерактивная доска, раздаточный материал для учащихся.

Ориентировочно-мотивационный	Создание позитивного настроения у учащихся	Создает позитивный настрой с помощью упражнения «Хвалилки» .		
	Установление правильности и осознанности выполнения домашнего задания всеми учащимися	Организует проверку домашнего задания. Просит поднять руки тех, кто справился с домашним заданием без ошибок.	Обмениваются тетрадями с соседом. Сверяют решение со слайдом. Сравнивают способы решения	Формирование умения осуществлять контроль по образцу и вносить необходимые коррективы
	Обеспечение мотивации и принятия учащимися цели учебно-познавательной деятельности	Создает проблемную ситуацию, задает вопросы	Учащиеся выполняют постановку учебной задачи и целей ее решения.	Проверка мотивационной готовности к достижению цели
	Актуализация опорных знаний и умений	Организует игру «Вызов принят» Организует работу с опорными схемами	Отвечают на вопросы по цепочке, заполняют опорные схемы, выполняют взаимопроверку	Осуществление самоконтроля процесса и взаимоконтроля результата выполнения задания; нахождение ошибок в работе
Физкультминутка				
Этап урока	Задачи этапа	Деятельность учителя	Деятельность учащихся	Ожидаемый результат

Операционно-познавательный	Усвоение новых знаний и способов действий	<p>Проверяет мотивационную готовность учащихся к следующему этапу работы с помощью вопроса: «В каких ситуациях еще может возникнуть необходимость измерить высоту объекта?»</p> <p>Консультирует учащихся по мере возникновения необходимости</p> <p>Задает уточняющие вопросы</p>	<p>Выполняют работу в группах по изучению способов измерения высоты объекта: - по длине тени; - с помощью шеста; - с помощью зеркала. Доказывают подобие треугольников. Делают краткий конспект.</p> <p>Объясняют у доски способ измерения. Обсуждают его плюсы и минусы</p>	Формирование умения слушать собеседника и вести диалог; излагать мнение и аргументировать свою точку зрения
	Обеспечение усвоения новых знаний и способов действий на уровне применения в измененной ситуации	<p>Предлагает учащимся задачу: Определите высоту дерева, если для его измерения берется шест высотой 38 м, расстояние от дерева до шеста составляет 40 м, а расстояние от шеста до точки, из которой видна верхушка дерева равна 20 м.</p> <p>Приводит занимательный факт о дереве Гиперион</p>	<p>Выполняют решение задачи в тетрадях и на доске. Проговаривают способ измерения, используемый в задаче</p>	
Контрольно-оценочный	Выявление качества и уровня овладения знаниями и способами действий, обеспечение их коррекции	Организует самостоятельную работу учащихся	<p>Выполняют задания, предложенные на карточке. Сравнивают свои ответы, с ответами на доске</p>	Получение достоверной информации о достижении всеми учащимися планируемых результатов обучения
Этап урока	Задачи этапа	Деятельность учителя	Деятельность учащихся	Ожидаемый результат

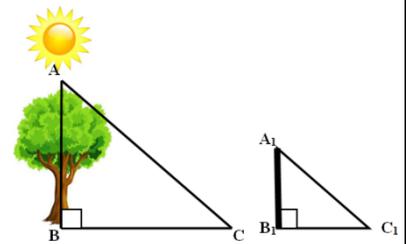
Контрольно-оценочный	<p>Дать анализ и оценку успешности достижения цели и наметить перспективу последующей работы</p>	<p>Проводит инструктаж по проверки самостоятельной работы. Осуществляет коррекцию знаний</p>	<p>Карандашом отмечают правильность выполнения заданий. Проводят самоконтроль, выставляют баллы в лист контроля.</p>	
	<p>Мобилизация учащихся на рефлексию своего поведения</p>	<p>Возвращает к целям урока. Организует рефлексию. Продолжить предложение: На уроке я узнал Теперь я могу... На уроке мне понравилось... Мне было трудно... Я научился... Я попробую... Меня удивило... Я понял, что...</p>	<p>Возвращаются к первоначальной проблемной ситуации на уроке. Проводят рефлексию своей деятельности на уроке</p>	<p>Открытость учащихся в осмыслении своих действий и самооценке</p>
	<p>Обеспечение понимания цели, содержания и способов выполнения домашнего задания</p>	<p>Организует краткий инструктаж по выполнению домашнего задания Основное домашнее задание: Человек ростом 1,7м смотрит в зеркале, находящемся от него на расстоянии 2м, верхушку дерева. Расстояние от зеркала до дерева 10м. Определите высоту дерева. Творческое задание: Определить высоту нашей школы, используя любой из описанных способов (с фотоотчетом).</p>	<p>Самоопределяются в выборе уровня выполнения домашнего задания</p>	<p>Реализация необходимых и достаточных условий для успешного выполнения домашнего задания всеми учащимися в соответствии с актуальным уровнем их развития</p>

Задание для работы в группах

1 группа Определение высоты объекта по тени

В солнечный день не составляет труда измерение высоты предмета, предположим дерева, по его тени. Необходимо на некотором отдалении от дерева воткнуть в землю шест (или, например, палку) известной длины и установить ее перпендикулярно поверхности. Зная высоту палки, длину тени от палки, длину тени от предмета, высоту которого мы измеряем, можно определить высоту предмета. Для этого нужно рассмотреть подобие двух треугольников. Помните: солнечные лучи падают параллельно друг другу.

- AB – высота дерева
- BC – длина тени дерева
- A₁B₁ – высота шеста
- B₁C₁ – длина тени шеста



Выполнив необходимые измерения, мы можем найти высоту дерева. Докажите подобие треугольников и составьте отношение, для нахождения высоты дерева.

В чем плюсы и минусы такого способа измерения?

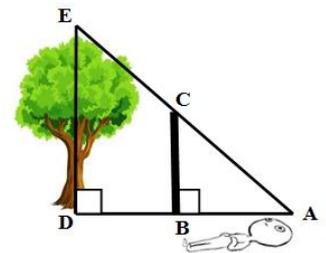
2 группа Определение высоты объекта с помощью шеста

Этот способ был предельно описан у Жюль Верна в романе «Таинственный Остров». Этот способ можно применять, когда нет солнца и не видно тени от предметов. Для измерения нужно взять шест, равный по длине вашему росту. Шест этот надо установить на таком расстоянии от предмета, чтобы лежа можно было видеть верхушку предмета на одной прямой линии с верхней точкой шеста. Тогда высоту предмета можно найти, зная длину линии, проведенной от вашей головы до основания предмета.

- AD – расстояние от лежащего человека до дерева
- ED – высота дерева
- CB – высота шеста
- AB – расстояние от шеста до лежащего человека.

Выполнив необходимые измерения, мы можем найти высоту дерева. Докажите подобие треугольников и составьте отношение, для нахождения высоты дерева.

В чем плюсы и минусы такого способа измерения?



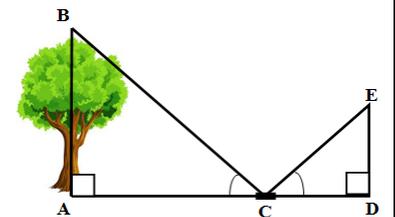
3 группа Определение высоты объекта с помощью зеркала

Зеркало кладут горизонтально и отходят от него назад в такую точку, стоя в которой, наблюдатель видит в зеркале верхушку дерева. Измеряемый предмет, например дерево, будет во столько раз выше вас, во сколько расстояние от него до зеркала больше, чем расстояние от зеркала до вас.

- AB – высота дерева
- AC – расстояние от дерева до зеркала
- CD – расстояние от человека до зеркала
- ED – рост человека.

Выполнив необходимые измерения, мы можем найти высоту дерева. Докажите подобие треугольников и составьте отношение, для нахождения высоты дерева.

В чем плюсы и минусы такого способа измерения?



Фотоотчет по выполнению творческого домашнего задания

