

И. А. Корлюкова,
учитель математики высшей категории,
кандидат физико-математических наук
ГУО «Гродненская городская гимназия»

Тема: Логарифмические уравнения. Обобщаем изученное.

Класс: 11.

Тип урока: урок обобщения и систематизации знаний.

Цели урока:

Образовательные: систематизировать, расширить и углубить знания, умения учащихся применять различные способы решения логарифмических уравнений; рассмотреть возможность применения метода мажорант и графического способов для решения логарифмических уравнений, побуждать учеников к само-, взаимоконтролю, знакомить учащихся с тестовыми заданиями централизованного тестирования по теме «Логарифмические уравнения».

Развивающие: способствовать формированию умений применять приемы сравнения, обобщения, выделения главного, переноса знаний в новую ситуацию; развитию математического кругозора, мышления и речи, внимания и памяти.

Воспитательные: содействовать воспитанию интереса к математике, активности, мобильности, умения вести диалог.

Методы и приемы обучения: частично-поисковый (эвристический); тестовая проверка уровня знаний, решение познавательных обобщающих задач, системные обобщения, самопроверка.

Формы организации труда: индивидуальная, фронтальная.

Оборудование:

- 1) *На доске* дата, тема, домашнее задание.
- 2) *На мультимедийном аппарате* презентация: дата, тема урока, проверка домашней работы, объяснение нового материала.
- 3) *На компьютерах:* тест по теме «Логарифмические уравнения».
- 4) *На столах учащихся:* рабочая карта ученика, папки с теорией по теме.

Ход урока

1. Оргмомент (5 мин).

Устный счет с использованием мультимедийного аппарата.

Вычислите:

1. $16 \cdot 16 - 9 \cdot 9$ 175
2. $\log_4 \frac{1}{2} + \log_9 81$ 1,5
3. $\log_2 (\log_3 (\log_4 64))$ 0
4. $\log_{\sqrt{3-\sqrt{2}}} 7 \cdot \log_7 \sqrt{3-\sqrt{2}}$ 1

Каждый ученик получает рабочую карту, в которую выставляет баллы за каждый этап работы.

Фамилия, имя		
Домашнее задание	Тест	Итоговая отметка

2. Проверка домашнего задания (5 мин).

Цель: Систематизировать ранее изученный материал.

		А		Б		
		2	5	6		
	В					Г
	1	0	0	0		1
Д		Е			Ж	З
2	5	2			1	0
К	Л			М	О	
1	8	0		6	4	0
			Р			
	Т					
	1	0	7	0	0	

У доски двое учащихся решают задания №М и №Ж, весь класс сверяет ответы на мультимедийном аппарате.

В ходе проверки домашней работы обсуждаются способы решения каждого уравнения.

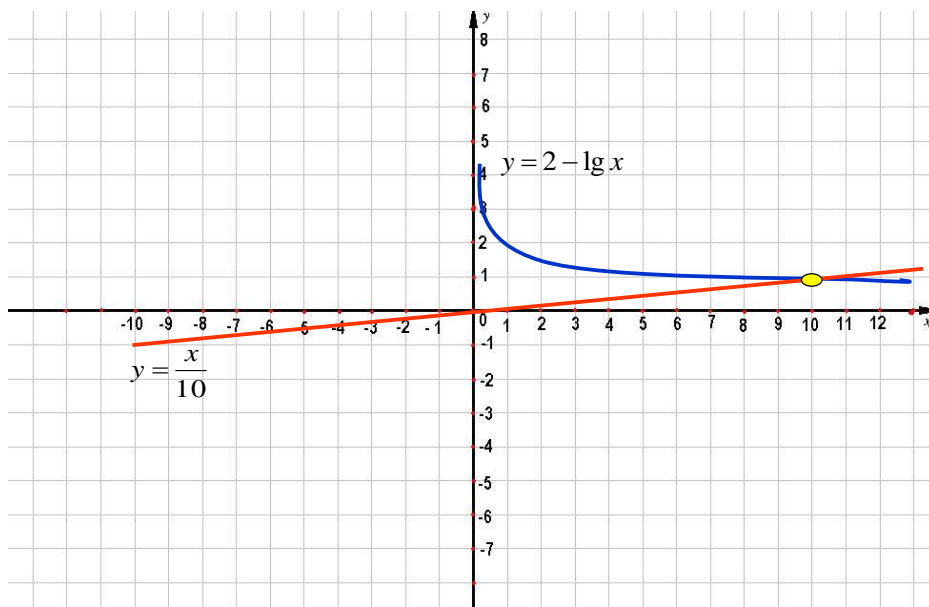
За правильно решенные задания №А, №В, №Д, №К, №Т учащиеся выставляют в рабочую карту по 1 баллу, за №М и №Ж – по – 2 балла.

3. Объяснение нового материала (7 мин).

Цель: Рассмотреть функциональный и графический методы решения логарифмических уравнений.

Пример 1. Решить уравнение $2 - \lg x = \frac{x}{10}$.

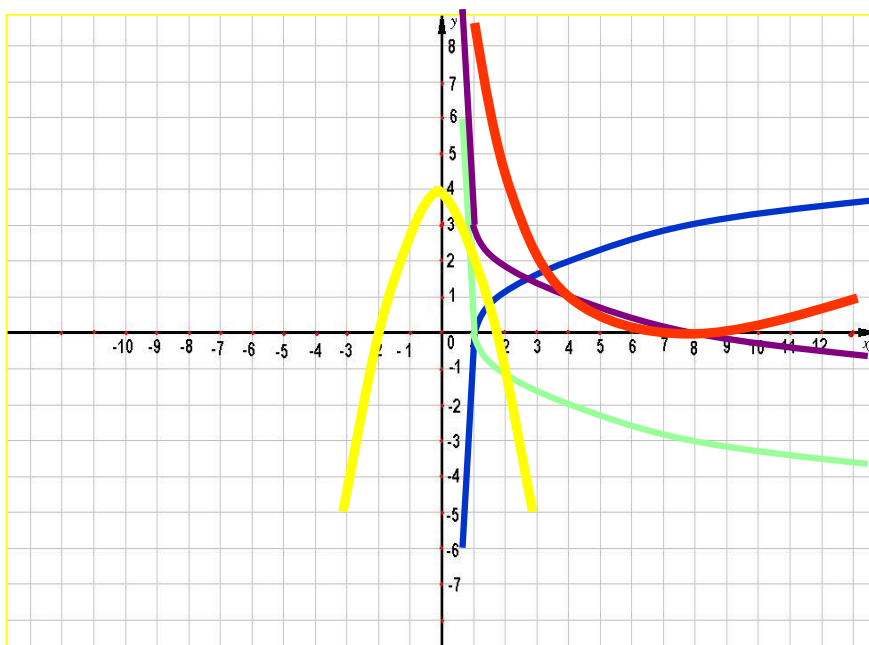
Решим данное уравнение графически. Построим в одной системе координат графики функций $y = 2 - \lg x$ и $y = \frac{x}{10}$. Имеем:



Ответ: {10}

Пример 2. Определите, сколько корней имеет уравнение $\log_2 \frac{8}{x} + x^2 = 4$.

Решим уравнение $\log_2 \frac{8}{x} + x^2 = 4 \Leftrightarrow (3 - \log_2 x)^2 = 4 - x^2$ графически. Имеем



1. $f(x) = (3 - \log_2 x)^2$

$y = \log_2 x$

$y = -\log_2 x$

$y = 3 - \log_2 x$

$y = (3 - \log_2 x)^2$

2. $y = 4 - x^2$

Как видно из рисунка, графики функций $y = (3 - \log_2 x)^2$ (красный) и $y = 4 - x^2$ (желтый) общих точек не имеют.

Ответ: ноль.

4. Тест «Решение логарифмических уравнений» (22 мин).

Цель: Выявить и оценить уровень усвоения знаний у учащихся по изученной теме.

Половина класса выполняет тест на компьютерах, остальные ребята – в тетрадях.

A1. Решите уравнение $\log_2(x - 5) + \log_2(x + 3) = \log_2 8$.

1) 3; -7 2) -7 3) -4 4) 3 5) нет корней

A2. Решите уравнение $\log_{\frac{1}{2}}(5 - \log_3 x) = 2$.

1) 3 2) $3^{\frac{21}{4}}$ 3) $3^{\frac{19}{4}}$ 4) 9 5) 1

A3. Решите уравнение $\log_7 \log_2 \log_{13} x = 0$.

1) 26 2) 169 3) 13^{32} 4) 13 5) нет корней

B1. Решите уравнение $\log_5 x - \log_{0,2} x = 1$. В ответ запишите сумму квадратов корней (квадрат корня, если он один).

B2. Решите уравнение $2 \lg x^2 - \lg^2(-x) = 4$.

B3. Решите уравнение $\log_{x+1}(3x^2 + 2x - 1) = 2$. В ответ запишите сумму корней (корень, если он один).

Ключ

Задания	Ответы				
	1	2	3	4	5
A1				X	
A2			X		
A3		X			
B1	5				
B2	-100				
B3	1				

5. Физкультминутка (2 мин).

6. Домашнее задание (2 мин).

Учащиеся получают домашнее задание на карточках.

По вертикали:

А. Найдите значение выражения $36^{\log_6 5} + 10^{1-\lg 2} - 3^{\log_9 36}$, умножьте его на больший корень уравнения $\lg^2 x = 4 - 3\lg x$.

Б. Найдите больший корень уравнения $x^{\log_4 x - 2} = 2^{3(\log_4 x - 1)}$, умножьте его на значение выражения $\lg 1000 + \lg 1000 + 2\lg 100$.

В. Найдите меньший корень уравнения $x^{\log_2 x + 2} = 8$ и умножьте его на больший корень уравнения $\lg 10 - \frac{1}{5 - \lg x} = \frac{2}{1 + \lg x} - \lg 1$.

Г. Найдите значение выражения $\left(81^{\frac{1}{4} - \frac{1}{2} \log_9 4} + 25^{\log_{125} 8} \right) \cdot 49^{\log_7 2}$, умножьте его на больший корень уравнения $\lg^2(100x) - \lg^2(10x) + \lg^2 x = 6$.

Д. Найдите корень уравнения $x^{\log_x 2(x^2 - 1)} = 5$, возведите в квадрат, умножьте его на 10 и сложите с меньшим корнем уравнения $\log_4(2x - 1) \log_4 x = 2 \log_4(2x - 1)$.

Е. Найдите корень уравнения $\frac{\lg 8 - \lg(x - 5)}{\lg \sqrt{x + 7} - \lg 2} = -1$, умножьте его на 10.

Ж. Найдите корень уравнения $\log_5 \sqrt{x - 9} - \log_5 10 + \log_5 \sqrt{2x - 1} = 0$, умножьте его на значение выражения $\log_2 32 + \log_3 81 + \log_4 4$ и сложите с большим корнем уравнения $6^{\log_6^2 x} + x^{\log_6 x} = 12$.

З. Найдите больший корень уравнения $x^{1 - \frac{1}{3} \lg x^2} - \frac{1}{\sqrt[3]{100}} = 0$.

Л. Найдите значение выражения $81^{\frac{1}{\log_5 3}} + 27^{\log_9 36} + 3^{\frac{4}{\log_7 9}} + 1$.

О. Найдите корень уравнения $\frac{\lg(\sqrt{3x + 1} + 4) - \lg x}{2 - \lg 4 + \lg 0,015} = 1$, умножьте его на 10.

Р. Найдите корень уравнения $\log_5(3x - 11) + \log_5(x - 27) = 3 + \log_5 8$, умножьте его на 10.

7. Подведение итогов урока (2 мин).

Анализируется весь ход урока и его основные моменты, оценивается деятельность каждого ученика на уроке, по рабочей карте каждому выставляется отметка.

Ученики, получив специальный лист, отвечают на вопросы (**да, нет, не совсем**):

1. Я знаю, каким методом можно воспользоваться для решения почти любого логарифмического уравнения _____
2. Я могу решать различные логарифмические уравнения _____
3. Я знаю, когда необходимо исследовать область допустимых значений переменной в логарифмических уравнениях _____
4. Я усвоил(а), когда необходимо применять функциональный (графический) метод решения логарифмических уравнений _____
5. Я ставлю себе за работу на уроке (10, 9, 8, 7, ...) « _____ »

Фамилия, имя _____

Решение заданий домашней работы.

По горизонтали.

А. Найдите корень уравнения $\log_7 \log_3 \log_2 \log_2 x = 0$.

Решение. $\log_7(\log_3 \log_2 \log_2 x) = 0 \Leftrightarrow \log_3(\log_2 \log_2 x) = 1 \Leftrightarrow \log_2(\log_2 x) = 3 \Leftrightarrow$
 $\Leftrightarrow \log_2 x = 8 \Leftrightarrow x = 256$

Ответ: 256.

В. Найдите больший корень уравнения $\sqrt{x^{\lg \sqrt{x}}} = 10$, умножьте его на 100 и прибавьте значение выражения $\log_8 2 + \log_8 4$.

Решение.

$$\sqrt{x^{\lg \sqrt{x}}} = 10 \Leftrightarrow x^{\lg \sqrt{x}} = 100 \Leftrightarrow \lg(x^{\lg \sqrt{x}}) = \lg 100 \Leftrightarrow \begin{cases} \lg \sqrt{x} \cdot \lg x = 2, \\ x \neq 1, \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$1. \Leftrightarrow \begin{cases} (\lg x)^2 = 4, \\ x \neq 1, \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \lg x = 2, \\ \lg x = -2, \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 100, \\ x = 0,01 \end{cases}$$

$$2. \log_8 2 + \log_8 4 = \log_8 8 = 1.$$

$$3. 100 \cdot 100 + 1 = 10001.$$

Ответ: 10001.

Д. Найдите значение выражения $10^{3-\lg 4} - 49^{\log_7 15}$, умножьте его на наибольший корень уравнения $|x-5| \cdot \lg x = x-5$ и прибавьте корень уравнения $\log_2(x^2 - 3) + 1 = \log_2(6x - 10)$.

Решение.

$$1. 10^{3-\lg 4} - 49^{\log_7 15} = \frac{10^3}{10^{\lg 4}} - (7^2)^{\log_7 15} = \frac{1000}{4} - 7^{\log_7 225} = 250 - 225 = 25.$$

$$2. |x-5| \cdot \lg x = x-5 \Leftrightarrow \begin{cases} \begin{cases} x-5 \geq 0 \\ (x-5)(\lg x - 1) = 0 \end{cases} \\ \begin{cases} x-5 < 0 \\ x > 0 \\ (x-5)(-\lg x - 1) = 0 \end{cases} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \begin{cases} x \geq 5 \\ x = 5 \\ x = 10 \end{cases} \\ \begin{cases} 0 < x < 5 \\ x = 5 \\ x = 0,1 \end{cases} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 5 \\ x = 10 \\ x = 0,1 \end{cases}$$

$$\log_2(x^2 - 3) + 1 = \log_2(6x - 10) \Leftrightarrow \log_2(2x^2 - 6) = \log_2(6x - 10) \Leftrightarrow$$

$$3. \Leftrightarrow \begin{cases} 2x^2 - 6 = 6x - 10 \\ 6x - 10 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow x = 2$$

$$4. 25 \cdot 10 + 2 = 252.$$

Ответ: 252.

Ж. Найдите корень уравнения $7^{\lg x} - 5^{\lg x+1} = 3 \cdot 5^{\lg x-1} - 13 \cdot 7^{\lg x-1}$, прибавьте к нему меньший корень уравнения $\log_4(2x-1)\log_4 x = 2\log_4(2x-1)$.

Решение.

$$7^{\lg x} - 5^{\lg x+1} = 3 \cdot 5^{\lg x-1} - 13 \cdot 7^{\lg x-1} \Leftrightarrow 7^{\lg x} + \frac{13}{7} \cdot 7^{\lg x} = \frac{3}{5} \cdot 5^{\lg x} + 5 \cdot 5^{\lg x} \Leftrightarrow$$

$$1. \Leftrightarrow \frac{20}{7} 7^{\lg x} = \frac{28}{5} 5^{\lg x} \Leftrightarrow \frac{5}{7} 7^{\lg x} = \frac{7}{5} 5^{\lg x} \Leftrightarrow \left(\frac{7}{5}\right)^{\lg x} = \left(\frac{7}{5}\right)^2 \Leftrightarrow \lg x = 2 \Leftrightarrow x = 100$$

$$\log_4(2x-1)\log_4 x = 2\log_4(2x-1) \Leftrightarrow \log_4(2x-1)(\log_4 x - 2) = 0 \Leftrightarrow$$

$$2. \Leftrightarrow \begin{cases} 2x-1 > 0 \\ \log_4(2x-1) = 0 \\ \log_4 x - 2 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = 16 \end{cases}$$

$$3. 100 + 1 = 101.$$

Ответ: 101.

К. Найдите корень уравнения $0,5(\lg(x^2 - 55x + 90) - \lg(x - 36)) = \lg \sqrt{2}$, разделите его на меньший корень уравнения $\lg(x+9) - 2 = \frac{1}{2}\lg(2x+3) - \lg 25$ и умножьте на меньший корень уравнения $3\sqrt{\lg x} + 2\lg \sqrt{\frac{1}{x}} = 2$.

Решение.

$$0,5(\lg(x^2 - 55x + 90) - \lg(x - 36)) = \lg \sqrt{2} \Leftrightarrow \begin{cases} \lg \frac{x^2 - 55x + 90}{x - 36} = \lg 2 \\ x > 36 \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$1. \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 - 55x + 90 = 2x - 72 \\ x > 36 \end{cases} \Leftrightarrow x = 54$$

$$\lg(x+9) - 2 = \frac{1}{2}\lg(2x+3) - \lg 25 \Leftrightarrow \begin{cases} \lg \frac{x+9}{100} = \lg \frac{\sqrt{2x+3}}{25} \\ x > -1,5 \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$2. \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{x+9}{100} = \frac{\sqrt{2x+3}}{25} \\ x > -1,5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 3 \\ x = 11 \end{cases}$$

$$3. 3\sqrt{\lg x} + 2\lg \sqrt{\frac{1}{x}} = 2 \Leftrightarrow 3\sqrt{\lg x} - \lg x - 2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} \sqrt{\lg x} = 1 \\ \sqrt{\lg x} = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 10 \\ x = 10^4 \end{cases}$$

$$4. \frac{54}{3} \cdot 10 = 180.$$

Ответ: 180.

М. Найдите корень уравнения $\log_2 x \log_4 x \log_8 x = 36$, умножьте его на больший корень уравнения $x^{3-4\lg x} = 0,1$.

Решение.

$$1. \log_2 x \log_4 x \log_8 x = 36 \Leftrightarrow \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3} (\log_2 x)^3 = 36 \Leftrightarrow \log_2 x = 6 \Leftrightarrow x = 64.$$

$$x^{3-4\lg x} = 0,1 \Leftrightarrow \begin{cases} x > 0 \\ x \neq 1 \\ \lg(x^{3-4\lg x}) = \lg 0,1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > 0 \\ x \neq 1 \\ (3-4\lg x)\lg x = -1 \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$2. \Leftrightarrow \begin{cases} x > 0 \\ x \neq 1 \\ \lg x = 1 \\ \lg x = -0,25 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 10 \\ x = \frac{1}{\sqrt[4]{10}} \end{cases}$$

$$3. 64 \cdot 10 = 640.$$

Ответ: 640.

T. Найдите наибольший корень уравнения $3\sqrt{\lg x} + 2\lg \sqrt{\frac{1}{x}} = 2$, прибавьте к нему произведение корней уравнений $x^{0,5\lg x} = 0,01x^2$ и $\log_{|x|}(x^4 + x^3 - 6x^2 - 7x) = 4$.

Решение.

$$1. 3\sqrt{\lg x} + 2\lg \sqrt{\frac{1}{x}} = 2 \Leftrightarrow 3\sqrt{\lg x} - \lg x - 2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} \sqrt{\lg x} = 1 \\ \sqrt{\lg x} = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 10 \\ x = 10^4 \end{cases}$$

$$2. x^{0,5\lg x} = 0,01x^2 \Leftrightarrow \lg(x^{0,5\lg x}) = \lg(0,01x^2) \Leftrightarrow \begin{cases} x > 0 \\ x \neq 1 \\ \lg^2 x - 4\lg x + 4 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow x = 100.$$

$$3. \log_{|x|}(x^4 + x^3 - 6x^2 - 7x) = 4 \Leftrightarrow \begin{cases} x \neq 0 \\ x \neq \pm 1 \\ x^4 = x^4 + x^3 - 6x^2 - 7x \end{cases} \Leftrightarrow x = 7.$$

$$4. 10^4 + (100 \cdot 7) = 10700.$$


Ответ: 10700.

Презентация к уроку

Решение логарифмических уравнений

Три пути ведут к знанию: путь размышления - это путь самый благородный, путь подражания - это путь самый легкий и путь опыта - это путь самый горький.

Конфуций



Вычислите:

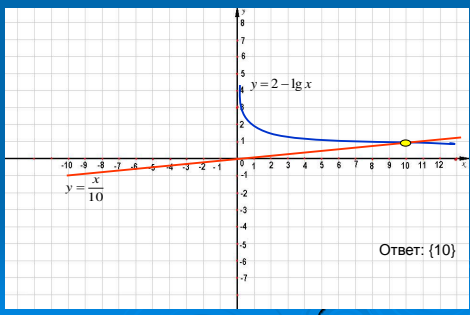
- $16 \cdot 16 - 9 \cdot 9$ 175
- $\log_4 \frac{1}{2} + \log_9 81$ 1,5
- $\log_2 (\log_3 (\log_4 64))$ 0
- $\log_{\sqrt{3-\sqrt{2}}} 7 \cdot \log_7 \sqrt{3-\sqrt{2}}$ 1

Домашняя работа

	А	2	5	Б	6	
В	1	0	0	0	Г	1
Д	2	5	Е	2	Ж	1
К	1	Л	8	0	М	6
				О	4	0
Т	1	0	7	0	0	

Функциональный и графический методы решения логарифмических уравнений.

Решите уравнение $2 - \lg x = \frac{x}{10}$



Ответ: {10}

Т-2005. Определите, сколько корней имеет уравнение $\log_2^2 \frac{8}{x} + x^2 = 4$

$$\log_2^2 \frac{8}{x} + x^2 = 4 \Leftrightarrow (\log_2 8 - \log_2 x)^2 = 4 - x^2$$

- $f(x) = (3 - \log_2 x)^2$
 $y = \log_2 x$
 $y = -\log_2 x$
 $y = 3 - \log_2 x$
 $y = (3 - \log_2 x)^2$
- $y = 4 - x^2$



Ответ: ноль