

Р. В. Синькевич,
учитель математики высшей категории
Микашевичской гимназии им. В. И. Недведского

Доказываем теорему Птолемея

Учитель математики высшей категории Микашевичской гимназии им. В.И.Недведского Синькевич Раиса Владимировна, в 1983 году окончила механико-математический факультет БГУ.

Главной задачей учителя на уроке считаю – обеспечение устойчивого внимания и работоспособности учеников путём переключения деятельности, развитие познавательного интереса учащихся через частично поисковую и конструктивную деятельность. Раскрывая тему, по возможности использую алгоритмизацию методов решения определённого вида задач. Очень часто провожу 20-ти минутные самостоятельные работы с целью определения степени усвоения учащимися небольших кусков учебного материала. В ходе закрепления новой темы при решении стандартных заданий возле доски одновременно работает 4-5 более слабых учеников, более сильные могут идти вперёд, сдавая в конце урока тетрадь на проверку. Полученная отметка по желанию выставляется в журнал.

Учащиеся 9 класса имеют средний уровень познавательных мотивов к изучению предметов естественно-математического цикла. Работают по учебнику В.В.Шлыкова «Геометрия 10».

Данный урок двадцать пятый по счёту в главе «Вписанные и описанные многоугольники» и четвёртый по теме «Вписанные и описанные четырёхугольники» На изучение данной темы программой предусмотрено 6 уроков.

Вписанные и описанные четырёхугольники 9 класс

Цель занятия:

1. Повторение, закрепление учащимися основных понятий, определений, свойств по данной теме.
2. Готовность учеников успешно выполнить выходной контролирующей тест.

Задачи воспитания и развития учеников:

1. Содействовать активизации познавательной деятельности учащихся через разнообразные виды самостоятельной работы
2. Создать условия для развития у учащихся умений самоанализа и самоконтроля

Тип урока: урок повторения и закрепления материала

Применяемые формы организации деятельности: фронтальная, индивидуальная, парная.

Методы обучения: эвристическая беседа, самостоятельная работа, самоконтроль, взаимоконтроль, самооценка.

Средства обучения: интерактивная доска, раздаточный материал (листы учёта знаний, задания контрольного теста), учебники.

Оформление классной доски: на доске записана тема урока, домашнее задание

План работы на уроке

1. Организационный момент
2. Проверка домашнего задания Обсуждение домашнего задания к следующему уроку.
3. Актуализация опорных знаний: математическая мозаика.
4. Система устных заданий с самоконтролем и самопроверкой.

5. Доказательство теоремы Птолемея. Легенда о разговоре царя Птолемея с Евклидом.
6. Физкультминутка
7. Выполнение контрольного теста
8. Взаимоконтроль и взаимопроверка
9. Выполнение рисунка на интерактивной доске к № 53, обсуждение решения этой задачи.
10. Оформление решения задачи №53 на доске. Для тех, кто справился с этой задачей ранее - №50.
11. Оценка степени достижения учащимися цели урока
12. Подведение итогов. Рефлексия.

Проведение урока

1. Организационный момент.

Учитель:

-- Ребята, проверьте, всё ли у вас готово к уроку, есть ли чертёжные инструменты на партах? Откройте тетради, запишите дату и тему урока «Вписанные и описанные четырёхугольники» Подпишите свои листы учёта знаний. (Приложение 1)

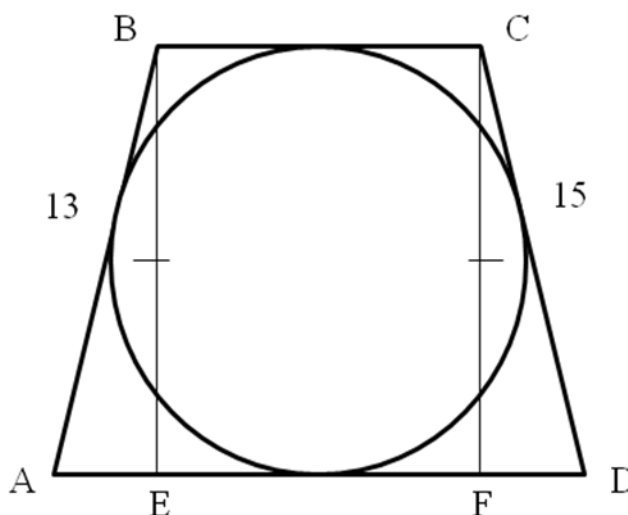
-- Посмотрите, пожалуйста, на содержание теста на экране, который вам будет предложен в конце этого урока. (Слайды 12 – 15). Для того, чтобы успешно справиться с последним заданием теста, вам надо знать теорему Птолемея. Поднимите руку, кто из вас уже сейчас может безошибочно выполнить этот тест. Я уверена, что если вы будете активно работать, то через 30 минут правильно ответите на все вопросы теста.

-- Обратите внимание на правое крыло доски. Там записано, на что вы будете и я буду обращать внимание на уроке: знание определений и свойств вписанных и описанных четырёхугольников; доказательство теоремы Птолемея; умения решать стандартные задачи по этой теме; успешное выполнение теста.

1. Организационный момент. Проверка подготовки к уроку. (1мин.)

Проверка домашнего задания. (2 мин.)

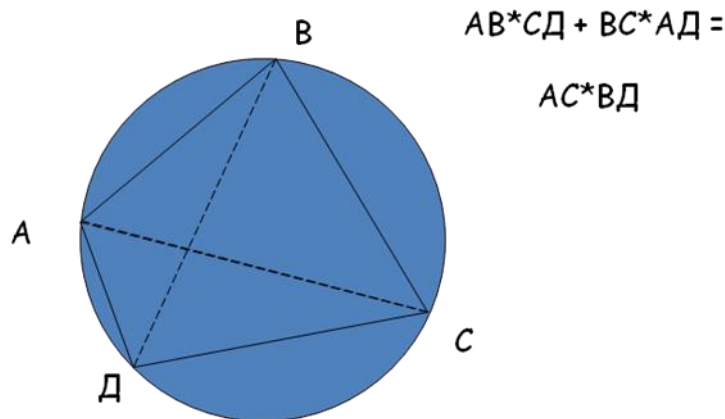
- сообщить тему урока,
- сформулировать цели урока,
- проверка домашнего задания с помощью интерактивной доски (слайд 2).



Решение: 1) По свойству четырехугольника, описанного около окружности $AB+CD=BC+AD=28(\text{см})$.

$$2) S_{ABCD} = \frac{BC+AD}{2} * h = 168(\text{см}^2); \quad 14h = 168; \quad h = 12\text{см};$$

<p>Обсуждение домашнего задания к следующему уроку.(2мин.)</p>	<p>3)Проведем высоты трапеции BE и CF; Из $\triangle ABE$ $AE = \sqrt{AB^2 - BE^2} = \sqrt{169 - 144} = 5(\text{см})$</p> <p>4)Из $\triangle CFD \Rightarrow FD = \sqrt{CD^2 - CF^2} = \sqrt{225 - 144} = 9(\text{см})$</p> <p>5)Пусть $BC = EF = x$, тогда $BC + AD = x + 5 + 9 + x = 28$; $2x = 14$; $x = 7$; $BC = 7\text{см}$; $AD = 21\text{см}$</p> <p>Ответ: 7 см; 21 см</p> <ul style="list-style-type: none"> • Запись домашнего задания и комментарии к нему. <p>Домашнее задание: №51, стр. 71, повт. § 4,5.</p>
<p>. Актуализация опорных знаний. (9 мин)</p> <p>Учащиеся выполняют устно задание «Предложи свой вариант решения задачи», определяем рациональный вариант решения.</p> <p>Доказательство теоремы Птолемея (7 мин.)</p>	<p>В течение урока мы должны проверить, привести в систему знания о вписанной и описанной около многоугольников окружностях</p> <p>а) Математическая мозаика из частей геометрических формул, разбросанных на интерактивной доске, собирается по цепочке учащимися.</p> <p>б) Для вашего успеха на уроке важно повторить опорные знания. Я вам буду ставить вопросы и вы поднимаете руку, если знаете ответ, т.е. вас можно вызвать, и не поднимаете руку в противном случае. Не забывайте оценивать свои ответы в листках учёта знаний.</p> <p>Повторим основные теоретические вопросы. На доске предложен ряд задач. (Слайд 3-9)</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. Какая окружность называется вписанной в многоугольник? 2. Где находится центр окружности, вписанной в треугольник? 3. Свойство четырёхугольника, в который можно вписать окружность. 4. Какая окружность называется описанной около многоугольника? 5. Где находится центр окружности, описанной около треугольника? 6. Свойство четырёхугольника, вписанного в окружность. 7. Где находится центр окружности, описанной около а) остроугольного; б) тупоугольного; в) прямоугольного треугольника? <p>Как-то царь Птолемей спросил Евклида, нет ли более короткого пути для изучения геометрии, чем штудирование «Начал». На это Евклид смело ответил, что «в геометрии нет царской дороги». Вопрос: является ли царь автором этой теоремы? (Приложение 2) (слайды 10-11)</p> <p>Из сборника экзаменационных материалов. Раздел 5, №247</p>



$$AB \cdot CD + BC \cdot AD = AC \cdot BD$$

Докажите, что в четырёхугольнике, вписанном в окружность, произведение диагоналей равно сумме произведений противоположных сторон.

Доказательство: 1. Проведём AT так, что $\angle DAT = \angle CAB$, $TE \perp BD$

2. $\triangle DAT \sim \triangle CAB$ по двум углам ($\angle ADB = \angle ACB$ как вписанные и опирающиеся на одну дугу AB). Значит, $\frac{AD}{DT} = \frac{AC}{BC}$;

$$AD \cdot BC = DT \cdot AC \quad (1)$$

3. $\triangle TAB \sim \triangle DAC$ по двум углам: $\angle TAB = \angle CAB - \angle CAT = \angle DAT - \angle CAT = \angle DAC$, $\angle ABT = \angle ACD$ как вписанные и опирающиеся на одну дугу AD. Значит, $\frac{AB}{TB} = \frac{AC}{CD}$;

$$AB \cdot CD = TB \cdot AC \quad (2)$$

4. Сложим почленно равенства (1) и (2), получим $AD \cdot BC + AB \cdot CD = DT \cdot AC + TB \cdot AC = AC \cdot (DT + TB) = AC \cdot BD$.
Что и требовалось доказать.

Физкультминутка
(1 мин.)

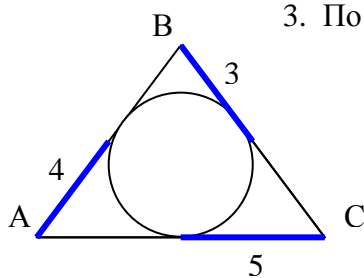
Раз – подняться, подтянуться
Два – согнуться, разогнуться
Три – в ладоши три хлопка,
Головою три кивка
На четыре – руки шире
Пять – руками помахать
Шесть – за парту тихо сесть

Тест
(10 мин.)

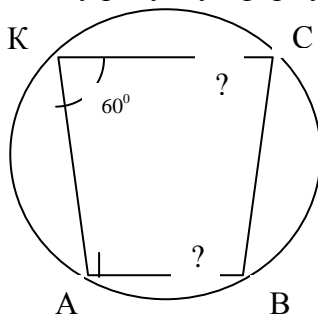
Вариант 1

1. Центр вписанной в треугольник окружности равноудален от его ...
2. Выпишите многоугольники, около которых можно описать окружность: а) прямоугольник; б) ромб; в) квадрат; г) треугольник; д) равнобедренная трапеция.

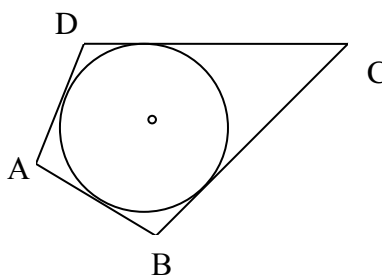
3. По данным рисунка найти P_{AB}



4. По данному рисунку сформулируйте задачу и решите её.



5. Сумма сторон $AB+CD=15$ дм. Найти периметр четырехугольника.



6. Можно ли описать окружность около четырехугольника, углы которого относятся по порядку, как 2:4:5:3?

7. Около окружности описана равнобедренная трапеция, периметр которой равен 18 см. Вычислите длину боковой стороны трапеции.

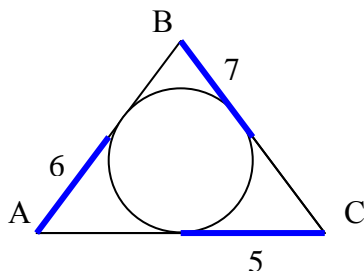
8. Трапеция вписана в окружность. Произведение оснований трапеции равно 189, а боковая сторона – 10. Найдите диагональ трапеции.

Вариант 2

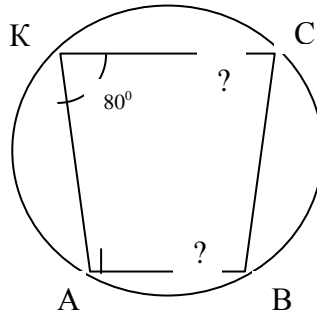
1. Центр описанной около треугольника окружности равноудален от его ...

2. Выпишите многоугольники, в которые можно вписать окружность: а) прямоугольник; б) ромб; в) квадрат; г) треугольник; д) равнобедренная трапеция.

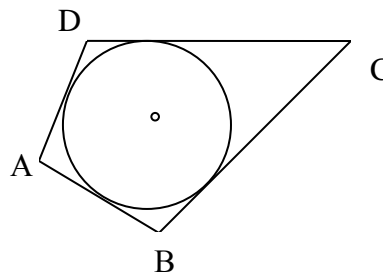
3. По данным рисунка найти P_{ABC}



4. По данному рисунку сформулируйте задачу и решите её.



5. Сумма сторон $AB+CD=21$ дм. Найти периметр четырехугольника.



6. Можно ли описать окружность около четырехугольника, углы которого относятся по порядку, как 3:2:6:7?

7. Вычислите периметр равнобедренной трапеции, в которую можно вписать окружность, если длина её боковой стороны 5 см.

8. Трапеция вписана в окружность. Произведение оснований трапеции равно 240, а диагональ – $8\sqrt{5}$. Найдите боковую сторону трапеции.

**Взаимоконтроль и
взаимопроверка
(3 мин.)**

Учащиеся обмениваются тетрадями и с помощью ключа к тестам, спроецированного на интерактивную доску, проверяют работу соседа, заносая результат в листы учёта знаний

Ответы к тесту (слайд 16).

Вариант 1	Вариант 2
1. Сторон	1. Вершин
2. а); в); г); д).	2. б); в); г).
3. 24	3. 36
4. 120° ; 90°	4. 100° ; 90°
5. 30 дм	5. 42
6. Да	6. Да
7. 4.5 см	7. 20 см
8. 17	8. $4\sqrt{5}$

**Обсуждение теста и
решение №53
(7 мин)**

Внимание! Время истекло. Поднимите пожалуйста руку, кто справился со всеми заданиями теста, с 1-ым, со 2-ым и т.д. .

	<p>Ребята, давайте еще раз оцените, в какой степени вы овладели материалом темы. Еще раз обратите внимание на главные вопросы:</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. Знаете ли вы свойства вписанных и описанных четырехугольников? 2. Умеете ли доказывать теорему Птолемея? 3. Успешно ли выполнили тест? 4. Какие основные положения потребовались вам при решении задач?
<p>Подведение итогов. (3 мин.)</p>	<p>Оценивание идет индивидуальное и в паре Итоговое заполнение учащимися листов учёта знаний, самооценка. Отметка за работу на уроке определяется с помощью листов учёта знаний в соответствии с тридцатибалльной шкалой перевода суммарного количества баллов. Этой шкалой учащиеся пользуются на протяжении нескольких лет, она расположена на одном из стендов кабинета. За доказательство теоремы, в случае его успешного выполнения, выставляется отдельная отметка.</p>

Приложение 1

Это разные люди. Царь Египта Птолемей¹ родился в 367 году до н.э.

Клавдий Птолемей (годы жизни 87-165) – древнегреческий учёный, астроном, географ, оптик, геометр.

Приложение 2

Лист учета знаний **Ф.И.**

	Устные упражнения							Д- во т- мы	Тест								№ 53 стр 71
	1	2	3	4	5	6	7		1	2	3	4	5	6	7	8	
Ответ ученика																	
Кол-во баллов за выполнен. задания	1	1	1	1	1	1	1	5	1	2	1	1	1	2	2	3	5
Самооценка или оценка соседа																	
Сумма баллов т. е. отметка за урок																	