Перепечко Светлана Николаевна,
учитель математики гимназии г. Клецка

**Тригонометрические уравнения:
по закону синуса и косинуса**

Урок математики в 11 классе

Цель: повторить, обобщить, систематизировать и углубить знания о методах решения тригонометрических уравнений.

Задачи:

- содействовать формированию навыков решения тригонометрических уравнений;

- создавать условия для развития логического мышления и устной речи и коммуникативной культуры учащихся.

Ход урока

1. Постановка темы и цели урока.

Великий математик, физик и политик А. Эйнштейн заметил: “Мне приходится делить время между политикой и уравнениями. Однако уравнения гораздо важнее. Политика существует только для данного момента, а уравнения будут существовать вечно”. Я надеюсь, что эти слова знаменитого человека послужат эпиграфом к нашему уроку, тема которого «Тригонометрические уравнения». И сегодня мы с вами повторим, обобщим, систематизируем и углубим знания о методах решения тригонометрических уравнений, а также продолжим подготовку к экзамену и централизованному тестированию по математике.

2. Актуализация знаний.

Прежде чем перейти к решению уравнений, повторим теоретический материал по теме.

Задание 1. Заполните таблицу:

	-1	0	1
$\sin x$	$-\frac{\pi}{2}+2\pi n$	πn	$\frac{\pi}{2}+2\pi n$
$\cos x$	$\pi+2\pi n$	$\frac{\pi}{2}+\pi n$	$2\pi n$

Задание 2. Запишите формулу для решения уравнения $\sin x = a$ в общем виде.

Задание 3. Запишите формулу для решения уравнения $\cos x = a$ в общем виде.

Задание 4. При каких значениях a уравнений $\sin x = a$ и $\cos x = a$ имеют решения?

Задание 5. Запишите формулу для решения уравнения $\operatorname{tg} x = a$ в общем виде.

Задание 6. Найдите ошибки в записях на слайде.

Задание 7. Установите соответствие между уравнениями и формулами, необходимыми для их решения (слайд).

3. Повторение и закрепление материала (решение уравнений).

Существует достаточно большое количество методов и приемов решения тригонометрических уравнений. Сегодня мы повторим четыре наиболее распространенных метода, которые чаще всего встречаются при решении уравнений на экзамене и ЦТ.

➢ Уравнения, решаемые с помощью преобразования суммы в произведение:

1. $\sin x + \sin 5x + \sqrt{3} \sin 3x = 0$;
2. $\sin x + \cos x = 1 + \sin x \cos x$;
3. $\sin x + \cos x = 1$.

➢ Уравнения, решение которых сводится к решению квадратных уравнений:

1. $\sin 3x - 3 \cos 6x = 2$;
2. $\operatorname{tg} x + \frac{1}{\cos^2 x} = 3$.

4. Физкультминутка

Сядьте поудобнее на стуле, запрокиньте ногу на колено, придержите ее руками, закройте глаза. Это поза бесконечности. Когда человек сталкивается с бесконечностью, он невольно задумывается о своем здоровье. Сосредоточьтесь над знаком бесконечность – вытянутая горизонтальная восьмерка. Она находится над вашим теменем, плавно колеблется над вашей головой. Вы это ярко представили. Постарайтесь удержать это изображение в вашем мысленном образе в течение нескольких секунд. (Пауза 5 секунд.)

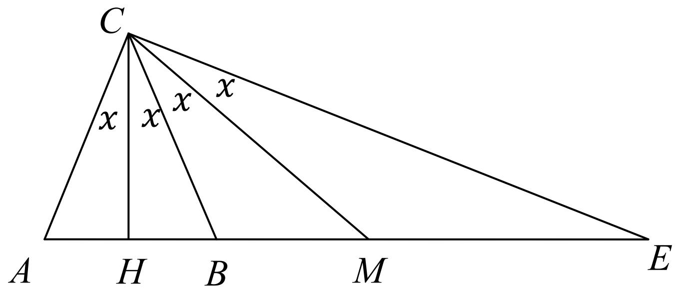
➢ Однородные уравнения:

1. $2 \sin^2 x - 3 \sin 2x + 2 = 0$;
2. $2 \sin x - 3 \cos x = 2$,
3. $\sin^3 x + \sin^2 x \cos x - 3 \cos^3 x = 3 \sin x \cos^2 x$.

➢ Уравнения, решаемые с помощью формул понижения степени:
1. $\sin^4 x + \cos^4 x = \cos 4x$;
2. $12\cos^2\frac{x}{2} = 9 - 4\cos\frac{x}{2}\cos\frac{3x}{2}$.
3. $\sin^2 x + \sin^2 2x = \sin^2 3x$.

Тригонометрические уравнения успешно используются при решении задач по планиметрии. Решение одной из таких задач мы сейчас рассмотрим.

В треугольнике *ACE* проведена высота *CH*, биссектриса *CB*, медиана *CM*. При этом угол *C* оказался разделенным на четыре равных части. Найдите углы треугольника *ACE*.



Решение.

Применим теорему синусов в треугольниках *ACM* и *CME*.
Получим $\frac{CM}{AM} = \frac{\sin(90^0 - x)}{\sin 3x}$; $\frac{CM}{ME} = \frac{\sin(90^0 - 3x)}{\sin x}$.
Получим уравнение $\sin x\cos x = \sin 3x \cos 3x$.

$$2\sin x\cos x = 2\sin 3x\cos 3x,$$
$$\sin 2x - \sin 6x = 0,$$
$$2\sin(-2x)\cos 4x = 0,$$
$$\sin 2x = 0 \text{ или } \cos 4x = 0,$$
$$x = \frac{\pi n}{2}, n \in Z.$$

$x = \frac{\pi}{8} + \frac{\pi k}{4}, k \in Z.$

Таким образом, величины углов исходного треугольника равны $\frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{8}, \frac{\pi}{8}$.

Иногда тригонометрические уравнения удобно решать графически.

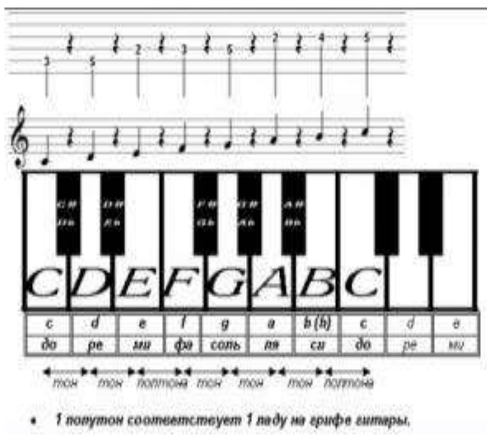
Рассмотрим уравнение $|sinx| = |cosx| - 1$. В одной системе координат построим графики функций $y = |\sin x|$ и $y = |\cos x| - 1$. Исходя из графика, решением уравнения является множество корней $x = 2\pi n,\ n \in Z$.

4. Выступление о применении тригонометрии в науке.

Тригонометрия как раздел математики возникла для описания процессов, происходящих в окружающем мире. Дело в том, что в технике и окружающем нас мире часто приходится сталкиваться с периодическими процессами, которые повторяются через одинаковые промежутки времени.

Такие процессы называют колебательными, например, колебания тока в электрической цепи. Колебательные явления различной физической природы подчиняются общим закономерностям, которые можно описать по закону синуса или косинуса.

Тригонометрия нашла широкое применение в таких областях, как теория музыки, акустика, анализ финансовых рынков, электроника, теория вероятностей, статистика, биология, медицина (включая ультразвуковое исследование (УЗИ) и компьютерную томографию), фармацевтика, химия, теория чисел, сейсмология, метеорология, океанология, картография, архитектура, фонетика, экономика, электронная техника, машиностроение, компьютерная графика.



Тригонометрические уравнения одна из самых сложных тем в математике. Тригонометрические уравнения возникают при решении задач по планиметрии, стереометрии, астрономии, физике и в других областях. Тригонометрические уравнения и неравенства из года в год встречаются среди заданий централизованного тестирования.

5. Подведение итогов урока. Выставление отметок.

Закончите предложения:

Сегодня я узнал…..
Было трудно…..
Я научился……………
Меня заинтересовало………….
Мне захотелось………
Меня удивило…………………
Теперь я могу………….